Mathématiques

L'emploi des mathématiques de base dans

le domaine des métiers et en apprentissage.

Cahier d'exercices

Créé dans le cadre du développement des ressources des Compétences pour Réussir.

Financement offert par le gouvernement du Canada dans le cadre de la Subvention canadienne pour l'emploi. Prestation des programmes assurée par le gouvernement de l'Ontario.

Les quatre opérations de base sur les nombres naturels

L'addition

L'addition est l'opération qui permet d'ajouter un nombre à un autre.

Son symbole est + et se lit « plus ». Le résultat d'une addition se nomme la SOMME.

Dans une addition, si on inverse l'ordre des termes, la somme ne change pas.

Exemples :

3+4=7 et 4+3=7

La somme sera 7 d'une façon ou de l'autre.

4 + 5 + 3 = 12 et 3 + 5 + 4 = 12

La somme sera 12 d'une façon ou de l'autre.

Dans une <u>addition en colonne</u>, il est important de toujours bien placer les nombres qu'on veut additionner.

On aligne :

- les unités sous les unités.
- les dizaines sous les dizaines.
- les centaines sous les centaines et ainsi de suite.

<u>Exemple 1 :</u> 42 + 45

Étape 1 : On place les nombres en alignant les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines et ainsi de suite.

$$\begin{array}{r} 42 \\ \underline{+\ 45} \end{array}$$

Étape 2: On additionne d'abord les unités : 2 + 5 = 7.

Étape 3: On additionne ensuite les dizaines : 4 + 4 = 8.

On a donc: $\begin{array}{r} 42 \\ \underline{+\ 45} \\ 87 \end{array}$

Exemple 2 : 545 + 24

Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
$\begin{array}{r} 545 \\ \underline{+\ 24} \\ \end{array}$	$\begin{array}{r} 545 \\ \underline{+\ 24} \\ 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 545 \\ \underline{+\ 24} \\ 69 \end{array}$	$\begin{array}{r} 545 \\ \underline{+\ 24} \\ 569 \end{array}$
On aligne les unités sous les unités.	On additionne les unités.	On additionne les dizaines.	On additionne les centaines.

Pour additionner ces nombres, on additionne premièrement les unités, ensuite les dizaines, ensuite les centaines et ainsi de suite.

EXERCICE 3

Faites la somme puis vérifiez les résultats avec la calculatrice.

(a) 57 + 62	(b) 73 + 47	(c) 617 + 329
(d) 516 709 + 86	(e) 359 28 + 691	(f) 365 537 + 372
(g) 3 816 + 427 + 6 939	(h) 5 235 4 927 + 7 667	(i) 4 139 4 188

(j) 3 826 + 535 + 2 986 + 37 =

(k) Trouvez le nombre total d'élèves, s'il y en a 221 à Sudbury, 360 à Ottawa, 176 à Toronto et 194 dans d'autres plus petites villes.

La soustraction

La soustraction est l'opération qui permet de retrancher un nombre d'un autre nombre.

Le symbole de la soustraction est − et se lit « moins ». La réponse d'une soustraction s'appelle la DIFFÉRENCE.

Comme pour l'addition, il est important de bien placer les termes qu'on veut soustraire.

On aligne :

- les unités sous les unités .

- les dizaines sous les dizaines.

- les centaines sous les centaines et ainsi de suite.

Exemple 2 : soustraire 32 de 176.

Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
$\begin{array}{r} 176 \\ \underline{-\ 32} \end{array}$	$\begin{array}{r} 176 \\ \underline{-\ 32} \\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 176 \\ \underline{-32} \\ 44 \end{array}$	$\begin{array}{r} 176 \\ \underline{-32} \\ 144 \end{array}$
On place les nombres en alignant les unités, les dizaines, etc.	On soustrait les unités.	On soustrait les dizaines.	On soustrait les centaines.

Soustractions de nombres avec emprunts

Lorsque le chiffre à soustraire est plus grand que le chiffre duquel il est soustrait, on doit emprunter.

Rappel :

1 dizaine = 10 unités
1 centaine = 10 dizaines

Étapes de l'opération | Description

32
− 15

On remarque qu'il est impossible de soustraire 5 unités de 2 unités.

2 1
32
−1 5
7

- On emprunte donc une dizaine de 3, on ajoute la dizaine empruntée, soit 10 unités, à 2; on obtient un total de 12.
- On soustrait ensuite 5 de 12 et on inscrit la réponse 7 en dessous du 5.

2 1
32
−1 5
17

- On soustrait ensuite les dizaines; puisqu'on avait emprunté une dizaine, il en reste 2. Nous avons donc 2 − 1.

- Le résultat, soit la différence, est 17.

Exemple : Soustraire 128 de 604.

- Il arrive parfois qu'on doive faire plusieurs emprunts.
- Si le nombre duquel on doit emprunter est 0, on doit emprunter de la colonne suivante du côté gauche.

$$\begin{array}{r} 6\ 0\ {}^{1}4 \\ -\ 1\ 2\ 8 \\ \hline \end{array}$$

- Comme il est impossible de soustraire 8 unités de 4 unités, on doit emprunter 1 dizaine. Ici, il n'y a pas de dizaines, alors on emprunte 1 centaine. Une centaine est égale à 10 dizaines.

$$\begin{array}{r} {}^{5}6\ {}^{9}0\ {}^{1}4 \\ -\ 1\ \ 2\ \ 8 \\ \hline 4\ \ 7\ \ 6 \end{array}$$

- On peut maintenant emprunter 1 dizaine laquelle est égale à 10 unités; on ajoute ces 10 unités aux 4 unités et on soustrait les unités, ensuite les dizaines et les centaines.

EXERCICE 4

Soustrayez et faites la preuve à l'aide de la calculatrice.

(a) 56 − 27

(b) 27 − 19

(c) 84 − 58

(d) 104 − 28

(e) 566 − 39

(f) 510 − 190

(g) 500 − 398

(h) 583 − 276

(i) 1 004 − 875

(j) 4 825 − 699

(k) 8 072 − 987

(l) 1 990 − 998

(m) Trouvez la différence entre 965 et 368.

(n) Soustrayez 198 de 341.

La multiplication

La **multiplication** représente toujours **l'addition répétitive** d'un même nombre.

12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 72

6 fois

En multipliant 12 par 6 on obtient le même résultat.

Les termes qu'on multiplie ensemble sont appelés des **facteurs**.

La réponse d'une multiplication est le **PRODUIT**.

Ainsi, dans $12 \times 6 = 72$, 12 et 6 sont appelés **facteurs** et 72 est le **produit**.

Afin de pouvoir multiplier rapidement des nombres, il est important de bien connaître les tables de multiplication (voir la prochaine page) et pour ce faire, **on doit les mémoriser**.

Multiplications dont le multiplicateur est composé d'un seul chiffre

Comme pour l'addition et la soustraction, on procède de droite à gauche pour effectuer une multiplication. On commence par multiplier les unités, ensuite les dizaines, ensuite les centaines, etc. Le multiplicateur* est toujours placé en dessous de l'autre facteur.

* Le multiplicateur est le facteur par lequel on multiplie.

Tables de multiplication de 1 à 12:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	54	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Remarquez que $3 \times 6 = 18$ et $6 \times 3 = 18$.

En effet, on peut inverser les facteurs et le produit reste le même.

Multiplications de nombres à deux chiffres et trois chiffres

Si le multiplicateur, c'est-à-dire le nombre par lequel on multiplie, contient 2 chiffres ou plus, on procède comme suit :

Étapes de l'opération	Description
32	- Comme dans l'exemple précédent, on commence
×13	par multiplier 32 par 3; on obtient 96.
96	
32	- On multiplie ensuite 32 par 1; on obtient 32.
×13	
96 ← le 1er	- On inscrit cette réponse **en dessous des dizaines**
320 produit	du premier produit.
32	
×13	
^{1} 96	
320 ← le 2e	- On additionne les 2 produits.
416 produit	

EXERCICE 5

Effectuez les multiplications.

(a) 548×32	(b) 678×8	(c) 706×54
(d) 784×19	(e) 236×6	(f) 803×7
(g) 687×95	(h) 297×746	(i) 306×200
(j) 758×725	(k) 297×503	(l) 405×82
(m) 645×30	(n) 123×25	(o) 234×72

(p) Trouvez le produit de 58 et 15.

(q) Trouvez le produit de $59 \times 13 \times 2 =$.

La division

Lorsqu'on divise un nombre par un autre nombre, on cherche combien de fois un nombre est contenu dans l'autre.

Ainsi, si l'on divise 60 par 5, on cherche combien de fois 5 est contenu dans 60.

On exprime la division ainsi : $60 \div 5 = 12$.

La réponse d'une division est le QUOTIENT.

Deux techniques sont utilisées pour diviser. Par exemple, pour diviser 12 par 4, on pourrait poser :

Technique anglaise **Technique française**

symbole de la division

ou

quotient

diviseur dividende

3 12 4 diviseur

4 12 3 quotient

dividende

On cherche combien de fois 4 est contenu dans 12.

La réponse, soit le quotient, est 3.

Exemple 1 : $652 \div 6$

Technique anglaise Technique française

1 On cherche combien de fois 6 852 6

6 852 est contenu dans 8. On inscrit 1

la réponse, 1 fois, au quotient.

1 On multiplie 1 par le diviseur 852 6

6 852 6; le résultat est 6. On - 6 1

- 6 soustrait ensuite 6 de 8; on 2

2 obtient 2.

14 On abaisse le chiffre 852 6

6 852 suivant, soit 5. 6 14

6 On cherche combien de fois 25

25 6 est contenu dans 25. - 24

- 24 Puisque 6 est contenu 4 fois 1

1 dans 25, on inscrit 4 au quotient.

On multiplie 4 par 6; on soustrait

le résultat, 24, de 25.

142 On abaisse le chiffre suivant, 852 6

6 852 soit 2. 6 142

6 On cherche combien de fois 6 est 25

25 est contenu dans 12. 24

24 Puisque 6 est contenu 2 fois 12

12 dans 12, on inscrit 2 au quotient. - 12

- 12	On multiplie 2 par 6.	0
0	On soustrait le résultat de 12.	

Il n'y a pas de reste.

La réponse, le quotient est 142.

On procède de la même façon si le diviseur contient plus d'un chiffre.

Exemple 2: 1278 ÷ 25

Technique anglaise		Technique française
51 reste 3	- Puisque 25 n'est pas contenu	1278 | 25
25 | 1278	dans 12, on cherche combien de	125 51 reste 3
- 125	fois 25 est contenu dans 127.	28
28	- Il arrive qu'il y ait un reste;	- 25
- 25	on inscrit ce reste à côté de la	3
3	réponse.	

Vérification d'une division

Pour vérifier la réponse d'une division, on multiplie le diviseur par le quotient : on obtient le dividende.

Exemple: Vérifier le quotient.

$$986 \div 29 = 34$$

On multiplie le quotient par le diviseur.

Puisque $29 \times 34 = 986$, le résultat est exact.

EXERCICE 6

Trouvez le quotient et vérifiez le résultat à l'aide de la calculatrice.

1. (a) $952 \div 8 =$ (b) $441 \div 9 =$

   (c) $840 \div 8 =$ (d) $621 \div 9 =$

2. (a) $6\,543 \div 3 =$ (b) $1\,812 \div 6 =$

   (c) $1\,565 \div 5 =$ (d) $2\,268 \div 9 =$

3. (a) $280 \div 20 =$ (b) $210 \div 70 =$

   (c) $850 \div 50 =$ (d) $494 \div 38 =$

4. (a) $1\,460 \div 73 =$ (b) $3\,864 \div 92 =$

   (c) $3\,965 \div 73 =$ (d) $7\,327 \div 62 =$

5. Une famille a 171 friandises à distribuer à 57 enfants à cette fête de l'Halloween. Combien de friandises aura chaque enfant?

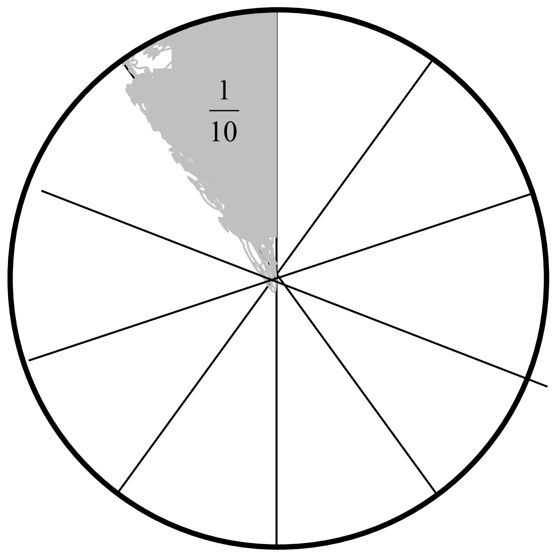
Résumé des quatre opérations de base

Voici les quatre opérations de base que nous avons vues aux sections précédentes: l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

Opération	**Symbole**	**Définition**	**Exemple**	**Réponse**
Addition	+	Opération qui permet d'ajouter un nombre à un autre.	**2 + 4 = 6**	La somme est 6.
Soustraction	–	Opération qui permet d'enlever un nombre à un autre.	**6 – 4 = 2**	La différence est 2.
Multiplication	×	Opération qui augmente un nombre par une quantité donnée.	**4 × 2 = 8** 4 et 2 sont appelés facteurs	Le produit est 8.
Division	÷	Opération qui diminue un nombre par une quantité donnée.	**6 ÷ 2 = 3** 6 est le dividende et 2 est le diviseur.	Le quotient est 3.

Les fractions

Si l'on divise un objet en plusieurs morceaux, on peut dire que chaque morceau représente une fraction du tout. Prenons, par exemple, une tarte divisée en 10 morceaux; chaque pointe de tarte représente 1 morceau sur 10 ou un dixième de la tarte, soit 1/10. On appelle **numérateur** la partie du tout (le 1 morceau de tarte dans cet exemple) et **dénominateur** le numéro qui définie le nombre de morceaux possibles (les dix morceaux dans lesquels la tarte est divisé).

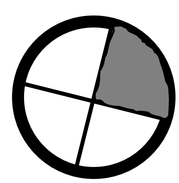


Une fraction représente une partie d'un tout ou d'un ensemble divisé en parties égales. Voyez les exemples de fractions illustrées ci-dessous.

Une partie sur quatre est noircie.

On dit que : un quart du tout est noirci.

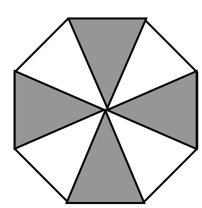
On l'exprime sous la forme : 1/4



Quatre parties sur huit sont ombragées.

On dit que : quatre huitièmes sont ombragées.

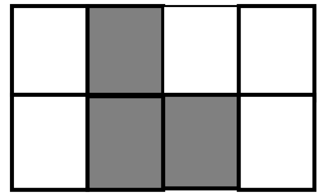
On l'exprime sous la forme: 4/8



Trois parties sur huit sont noircies.

On dit que : trois huitièmes sont noircies.

On l’exprime sous la forme: 3/8



Une fraction peut aussi exprimer un rapport entre deux nombres.

Exemple:

✈ ✈ ✈✈✈ ✈✈ Deux avions sur sept sont plus gros.

✈ ✈ On dit que deux septièmes des avions sont plus gros.

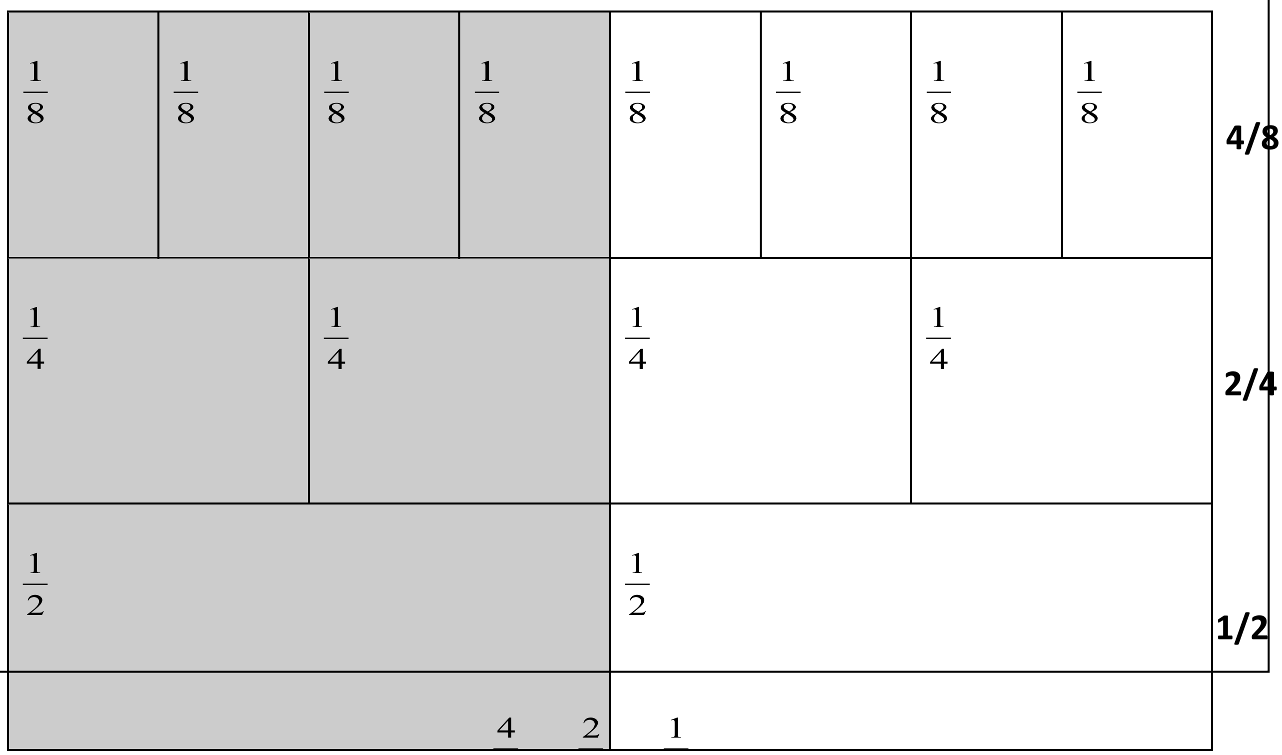
✈ ✈ On l'exprime sous la forme: 2 / 7

Les fractions équivalentes

Des fractions équivalentes sont des fractions qui ont la même valeur mais qui ont des numérateurs et des dénominateurs différents.

Exemple 1 : Montrer que les fractions suivantes sont équivalentes.

$\frac{4}{8}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}$



Cette illustration montre que : $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

On dit que ces fractions sont équivalentes.

Pour établir une fraction équivalente,
on multiplie le numérateur et le dénominateur
par un même nombre.

Exemple :

Montrez que les deux fractions suivantes ne sont pas équivalentes.

3/10 et 2/5

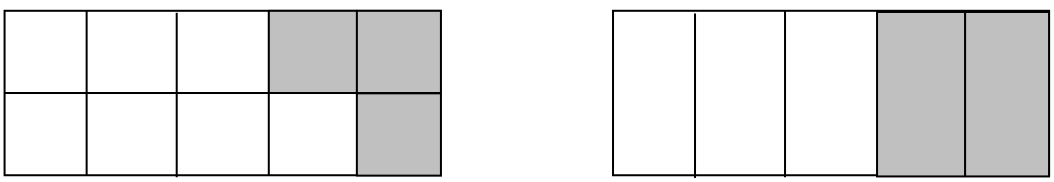
Si on multiplie le dénominateur 5 par 2 pour obtenir 10, on doit aussi

multiplier le numérateur 2 par 2; or, 2×2 n'est pas égal à 3.

On note que les deux fractions ne sont pas équivalentes de la façon suivante:

$\frac{2}{5} \neq \frac{3}{10}$ *Le symbole $\neq$ veut dire n'est pas égal à.*

Il est facile de voir graphiquement que les deux fractions ne sont pas équivalentes.



$$\frac{3}{10} \neq \frac{2}{5}$$

EXERCICE 7

Déterminez si les fractions suivantes sont équivalentes.

(a) $\frac{2}{5}$ *et* $\frac{4}{10}$ (b) $\frac{6}{5}$ *et* $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{875}{1000}$ *et* $\frac{7}{8}$

(d) $\frac{3}{4}$ *et* $\frac{8}{12}$ (e) $\frac{8}{25}$ *et* $\frac{16}{100}$ (f) $\frac{8}{12}$ *et* $\frac{2}{7}$

Simplifier une fraction (réduire une fraction)

Pour simplifier une fraction,
on divise son numérateur et son dénominateur
par un même nombre.

Simplifier une fraction, c'est la réduire à sa plus simple expression.

Exemple 1 : Montrer que la fraction 4/8 peut être simplifiée.

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{8}$

- Les quatre premiers blocs représentent 4/8.
- Ces quatre blocs représentent aussi la moitié (1/2) de tout le diagramme.
- On peut déduire que 4/8 = 1/2.
- On peut dire que 1/2 est une expression équivalente à 4/8.

Alors, $\frac{4}{8}$ peut être réduit à $\frac{1}{2}$.

Changer une expression fractionnaire à un nombre fractionnaire

Une ***<u>expression fractionnaire</u>*** est une fraction dont le numérateur est plus grand que le dénominateur. Habituellement, on change l'expression fractionnaire à un ***<u>nombre fractionnaire</u>***, ou fraction mixte.

5 le numérateur 5 est plus grand que

$\frac{5}{3}$

le dénominateur 3

Pour convertir une expression fractionnaire en nombre fractionnaire :

- On divise le numérateur par le dénominateur, le quotient devient l'unité.
- Le reste devient le numérateur du nombre fractionnaire.
- On conserve le dénominateur.

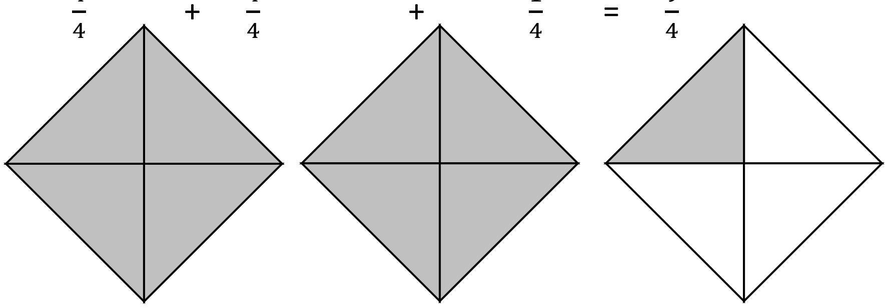
reste

$\frac{5}{3}$ devient $1\frac{2}{3}$

l'unité dénominateur

Exemple : Convertir en nombre fractionnaire.

$\frac{4}{4}$ + $\frac{4}{4}$ + $\frac{1}{4}$ = $\frac{9}{4}$



ou 1 + 1 + $\frac{1}{4}$ = $2\frac{1}{4}$

Fractions communes

Une fraction s’exprime à l’aide de deux nombres séparés d’une barre horizontale.

Elle comporte toujours un **numérateur** et un **dénominateur** et elle peut prendre plusieurs formes.

$$\frac{numérateur}{dénominateur}$$

- la **fraction ordinaire** : fraction dont le numérateur est plus petit que le dénominateur.
    - Exemples : $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$

- la **fraction mixte** : aussi appelée nombre fractionnaire, la fraction mixte est composée d'un entier et d'une partie fractionnaire.
    - Exemples : $3\frac{1}{3}$, $4\frac{3}{4}$, $6\frac{3}{8}$

- l'**expression fractionnaire** ou la **fraction impropre** : fraction où le numérateur est plus grand ou égal au dénominateur.
    - Exemples : $\frac{7}{2}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{13}{4}$

Pour comparer plusieurs fractions, nous devons trouver un **dénominateur commun**.

Celui-ci peut être trouvé en multipliant les dénominateurs ensemble, mais ceci ne sera pas nécessairement le plus petit, donc essayez toujours de **SIMPLIFIER** vos fractions.

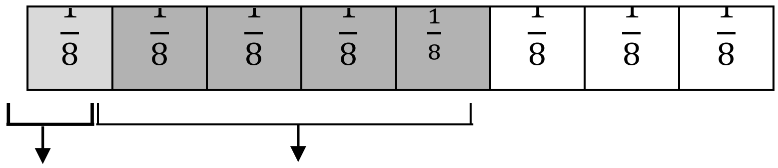
Additionner des fractions

Additionner des fractions ayant un dénominateur commun

Lorsque deux ou plusieurs fractions ont *le même dénominateur*, on appelle ce dénominateur un *dénominateur commun*.

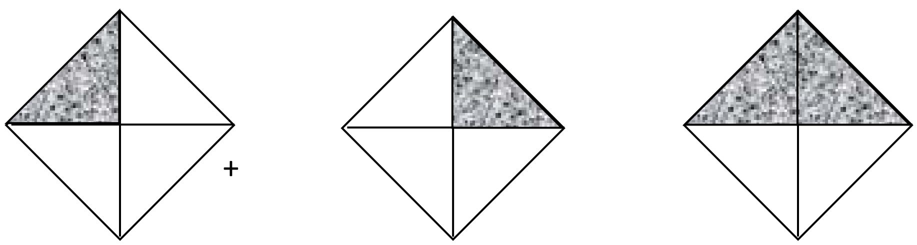
Pour additionner des fractions qui ont le même dénominateur, on additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur.

Exemple 1 : Additionner les fractions.



Puisque les fractions ont un dénominateur commun, on additionne les numérateurs **1 + 4 = 5** et on conserve le dénominateur **8**.

Exemple 2 : Additionner les fractions.



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Lorsqu'il est possible de réduire la fraction, on doit toujours la simplifier afin d'obtenir une fraction irréductible.

Additionner des nombres fractionnaires

Pour additionner des nombres fractionnaires, on additionne les fractions aux fractions et les entiers aux entiers.

Exemple 1 : Additionner les nombres fractionnaires.

$5\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5}$

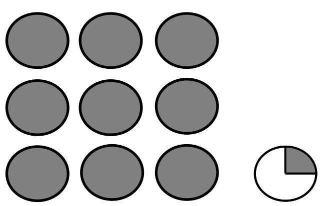
On additionne d'abord les entiers $5 + 2 = 7$.

On additionne les fractions $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$.

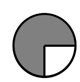
On obtient $7\frac{4}{5}$.

Exemple 2 : Additionner la fraction et le nombre fractionnaire.

$9\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$



plus



9 et $\frac{1}{4}$ + 0 et $\frac{3}{4}$

On additionne d'abord les entiers $9 + 0 = 9$.

On additionne les fractions $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{4}}$.

La fraction-unité $\frac{4}{4}$ est égale à 1 unité.

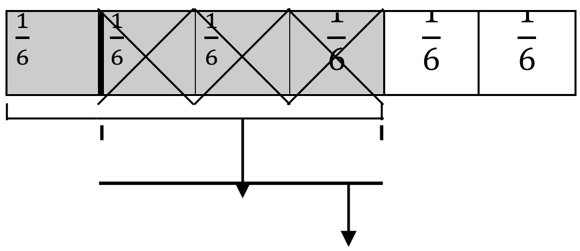
On obtient $9 + \frac{4}{4} = 9 + 1 = 10$.

Soustraire des fractions

Soustraire des fractions ayant un dénominateur commun

Pour soustraire des fractions qui ont le même dénominateur, on soustrait les numérateurs et on conserve le dénominateur.

Exemple 1 : Soustraire les fractions.



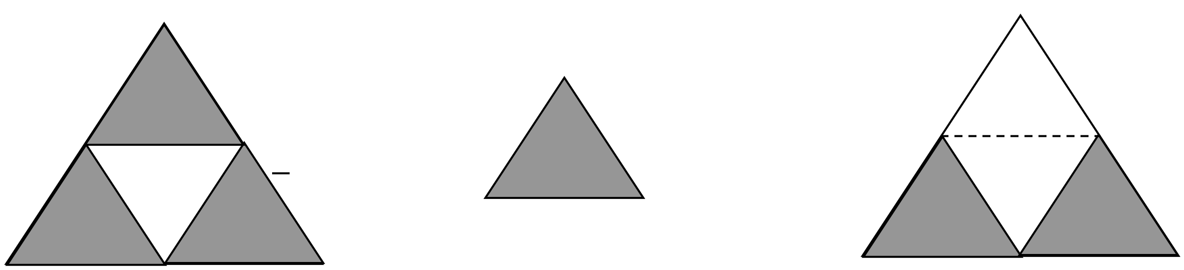
$$\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

Puisque les fractions ont un dénominateur commun,

on soustrait les numérateurs **4 − 3 = 1** et

on conserve le dénominateur **6**.

Exemple 2 : Soustraire les fractions.



$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Additionner des fractions

Étapes à suivre :

a. Trouvez le dénominateur commun

b. Convertissez les fractions (si nécessaire)

c. Additionnez les numérateurs

d. Simplifiez

EXERCICE 8

$4\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$	$\frac{4}{8}+\frac{2}{2}$	$4\frac{3}{6}+3\frac{4}{12}+\frac{3}{3}$

Soustraire des fractions

Étapes à suivre :

a. Trouvez le dénominateur commun

b. Convertissez les fractions (si nécessaire)

c. Soustrayez les numérateurs

d. Simplifiez

EXERCICE 9

$\frac{1}{8}-\frac{1}{12}$	$10\frac{1}{2}-5\frac{3}{4}$

Multiplier des fractions

Étapes à suivre :

a. Convertissez les fractions (si nécessaire)

b. Multipliez les **numérateurs**

c. Multipliez les **dénominateurs**

d. Simplifiez

EXERCICE 10

$\frac{1}{8} \times \frac{1}{12}$	$\frac{3}{4} \times \frac{3}{6} \times 3$	$1\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4}$

Diviser des fractions

Étapes à suivre :

a. Convertissez les fractions (si nécessaire)

Dividende $\{\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}\}$ **Diviseur**

b. Inversez le **diviseur**

c. Traitez comme une multiplication

Ex :			
	$\frac{1}{20} \div \frac{1}{3}$	$2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$	$10\frac{1}{2} \div 3$

Le pourcentage

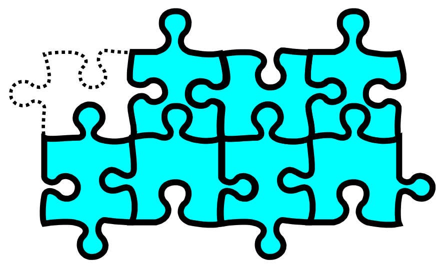
Nous avons vu qu'une fraction est le rapport entre deux nombres entiers.

$\frac{7}{8}$ signifie 7 parties par rapport à 8

ou

7 parties sur 8.

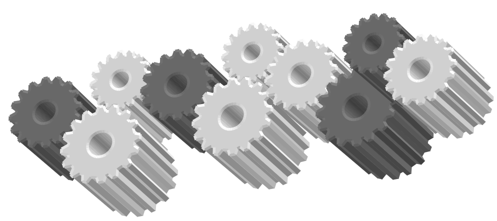
7 morceaux sur 8 sont en place.



$\frac{4}{10}$ signifie 4 parties par rapport à 10

ou

4 parties sur 10.



4 roues d'engrenages sur 10 sont rouillées.

Le symbole du pourcentage est %. Ce symbole se lit « pour cent » et signifie par rapport à 100 ou sur 100 c'est-à-dire $\frac{\quad}{100}$.

Exemples :

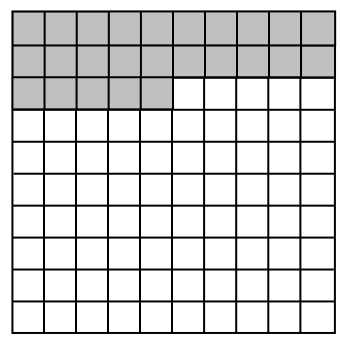
25 % se lit 25 pour cent et signifie $\frac{25}{100}$

32 % se lit 32 pour cent et signifie $\frac{32}{100}$

68 % se lit 68 pour cent et signifie $\frac{68}{100}$

Voici d'autres exemples:

1- 25 carreaux sur un total de 100 carreaux sont ombrés.



$$\frac{\text{25 carreaux ombragés}}{\text{100 carreaux au total}}$$

On peut donc dire que 25 % de la figure est ombrée.

2- Sur un total de 100 personnes, il y a 32 enfants.

32 (nombre d'enfants)
100 (nombre total de personnes)

On peut donc dire que 32 % des personnes sont des enfants.

3- Lors d'un sondage réalisé auprès de 100 personnes, 55 étaient en faveur du fusionnement de leur ville.

$$\frac{55 \text{ (personnes en faveur)}}{100 \text{ (nombre total de personnes interrogées)}}$$

55 % des personnes interrogées étaient en faveur du fusionnement.

4- Un taux d'intérêt de 12 % signifie que nous payons 12 $ d'intérêt pour chaque tranche de 100 $ que nous empruntons.

$$12\ \% = \frac{12\ \$ \text{ (intérêt)}}{100\ \$ \text{ (somme empruntée)}}$$

Convertir des fractions et des nombres décimaux en pourcentages

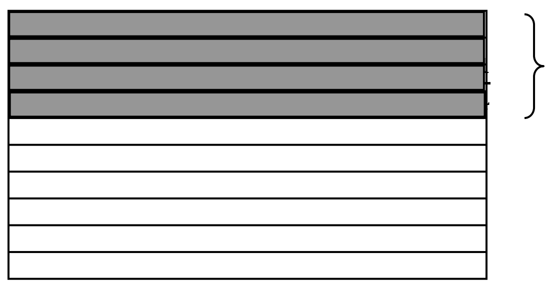
Nous avons déjà vu comment convertir des fractions en nombres décimaux et vice versa. Nous allons voir maintenant comment convertir des fractions et des nombres décimaux en pourcentages et vice-versa.

Exprimer une fraction ordinaire en pourcentage

Pour transformer une fraction ordinaire en pourcentage, on doit d'abord l’exprimer sous la forme d’une fraction équivalente dont le dénominateur est 100.

Exemple :

Établir le pourcentage de la figure qui est recouverte par les barres ombragées.



Solution: La figure rectangulaire est divisée en 10 parties égales. Quatre de ces dix parties sont ombragées. On a : $\frac{4}{10} = \frac{?}{100}$

Étape 1 : On trouve la fraction équivalente dont le dénominateur est 100.

$\frac{4}{10} \; \frac{\times}{\times} \; \frac{10}{10} = \frac{40}{100}$

La fraction équivalente dont le dénominateur est 100 est : $\frac{40}{100}$.

Puisqu’on doit multiplier le dénominateur par 10 pour obtenir 100, on

multiplie également le numérateur par 10 : on obtient 40.

Étape 2 : On exprime la fraction équivalente sous forme de pourcentage.

$\frac{40}{100} = 40\ \%$

EXERCICE 11

Complétez le tableau.

	Fraction	Fraction équivalente dénominateur 100	Pourcentage
(a)	$^{4}/_{5}$		
(b)	$^{18}/_{25}$		
(c)	$^{2}/_{4}$		
(d)	$^{7}/_{10}$		
(e)	$^{6}/_{20}$		
(f)	$^{3}/_{4}$		
(g)	$^{47}/_{50}$		

Exprimer un nombre décimal en pourcentage

Pour convertir un nombre décimal en pourcentage, il suffit :

1) de convertir le nombre décimal en une fraction dont le dénominateur est 100 :

0,27 = $\frac{27}{100}$

2) exprimer la fraction en pourcentage.

$$\frac{27}{100} = 27\ \%$$

Exemple 1 : Convertir 0,18 en pourcentage.

Puisque $0{,}18 = \frac{18}{100}$

alors $\frac{18}{100} = 18\ \%$

Exemple 2 : Convertir 0,4 en pourcentage.

Puisque $0{,}4 = \frac{4}{10}$

et que $\frac{4}{10} \times \frac{10}{10} = \frac{40}{100}$

alors $\frac{40}{100} = 40\ \%$

Méthode rapide :

Pour convertir rapidement un nombre décimal en pourcentage, il suffit de multiplier le nombre décimal par 100 et d'ajouter ensuite le symbole %.

Exemples: 0,75 = 75 %

0,675 = 67,5 %

Rappel : **Pour multiplier par 100, on déplace la virgule de deux positions vers la droite.**

EXERCICE 12

Convertissez les nombres décimaux en pourcentages.

	Nombre décimal	**Pourcentage**
(a)	0,37	
(b)	0,75	
(c)	0,29	
(d)	0,335	
(e)	0,629	
(f)	0,01	
(g)	1,23	
(h)	1,00	
(i)	2,47	
(j)	0,3	
(k)	40,0	

Convertir une fraction ordinaire en pourcentage

Il est aussi possible de convertir une fraction ordinaire en nombre décimal et ensuite, comme on vient de le voir, de convertir ce nombre décimal en pourcentage. Cette méthode est utile lorsqu'on ne peut pas trouver de fraction équivalente dont le dénominateur est 100.

Pour convertir une fraction ordinaire en nombre décimal, on divise le numérateur par le dénominateur.

Exemple 1 : $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75$

On convertit le nombre décimal en pourcentage selon l'une des méthodes suivantes:

$$0{,}75 = \frac{75}{100} = 75\ \%$$

ou $0{,}75 \times 100 = 75\ \%$.

Exemple 2 : $\frac{1}{6} = 1 \div 6 = 0{,}16\overline{6}$

Puisque 6 se répète à l'infini, on place un trait horizontal au-dessus du dernier 6 qui se répète.

On convertit le nombre décimal en pourcentage.

$$0{,}166 \times 100 = 16{,}\overline{6}\ \% \quad (\text{ou } 16{,}7\ \%)$$

EXERCICE 13

Complétez le tableau. Arrondissez les pourcentages au dixième près.

	Fraction ordinaire	Nombre décimal	Pourcentage
(a)	$4/5$		
(b)	$18/25$		
(c)	$3/8$		
(d)	$6/9$		
(e)	$2/3$		
(f)	$3/4$		
(g)	$23/31$		
(h)	$5/42$		
(i)	$7/17$		

Convertir des pourcentages en fractions et en nombres décimaux

Si l'on peut convertir une fraction et un nombre décimal en pourcentage, on

peut aussi convertir un pourcentage en fraction et en nombre décimal.

a) *Convertir un pourcentage en fraction*

Pour transformer un pourcentage en fraction, il suffit de diviser ce nombre par 100.

Puisque pour cent signifie par rapport à 100 ou sur 100,

37 % = $\frac{37}{100}$

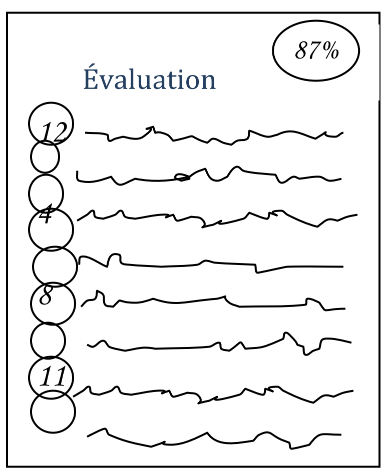
17 % = $\frac{17}{100}$

25 % = $\frac{25}{100} \begin{smallmatrix}\div \\ \div\end{smallmatrix} \frac{25}{25} = \frac{1}{4}$ (réduite à sa plus simple expression)

Voici un autre exemple :

Lorsqu’on obtient une note de 87 %, cela signifie qu’on a obtenu 87 points sur un total de 100 points possibles.

87 % = 87/ $\frac{87}{100}$



Changer un pourcentage en nombre décimal

Convertir un pourcentage en nombre décimal se fait en deux étapes :

Étape 1 : On convertit le % en fraction dont le dénominateur est 100.

Étape 2 : On exprime la fraction en notation décimale.

Exemple : Convertir 23 % en notation décimale.

Étape 1 : On convertit le pourcentage sous forme fractionnaire :

Puisque pour cent signifie par rapport à 100,

alors $23\ \% = \frac{23}{100}$.

Étape 2 : On exprime la fraction en notation décimale : $\frac{23}{100} = 0{,}23$.

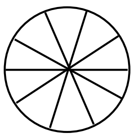
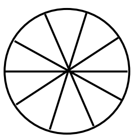
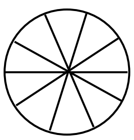
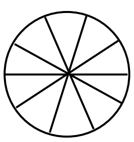
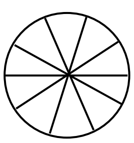
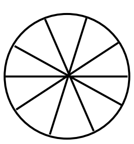
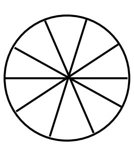
Rappel : Pour diviser un nombre par 100, on déplace la virgule de deux positions vers la gauche. Lorsque la virgule n'apparaît pas dans le nombre, celle-ci est à la fin du nombre.

Exemple: $23 \div 100 = 0{,}23$

Rappel : Pour convertir un nombre décimal en fraction, on doit porter attention à la position des chiffres après la virgule. Ainsi, dixième (0,1) signifie 1/10 et centième (0,01) signifie 1/100

EXERCICE 14

Complétez le tableau en trouvant la fraction, le nombre décimal ou le pourcentage correspondant à l'élément qui est fourni. Coloriez la figure avec le nombre de sections qui correspond au pourcentage.

	Figure	**Pourcentage (%)**	**Fraction** $\frac{\quad}{100}$	**Fraction irréductible**	**Nombre décimal**
(a)		10 %			
(b)				$\frac{2}{5}$	
(c)					0,50
(d)		35 %			
(e)				$\frac{3}{4}$	
(f)					0,30
(g)			$\frac{25}{100}$		

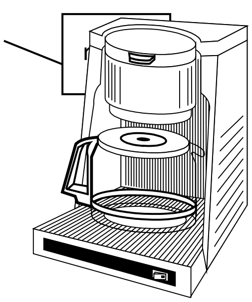
Les pourcentages dans la vie quotidienne

Le pourcentage peut être utilisé pour exprimer :

- la taxe de vente harmonisée (TVH) en Ontario de 13 %.
- les rabais sur des achats.
- les statistiques.
- les intérêts sur les emprunts et les placements.

Exemples :

de taxes sur de l'équipement de sport.



On offre un rabais de 30 % sur une cafetière.

Calculer le pourcentage d'un nombre

Calculer le pourcentage d'un nombre veut dire calculer la partie qu'il représente par rapport au tout. On peut procéder de deux façons :

Méthode 1 : On multiplie la forme fractionnaire du pourcentage avec le nombre.

Exemple 1 : Au restaurant, on doit payer un pourboire de 20 %. Si la facture s'élève à 25 $, combien de pourboire doit-on payer ?

On paye un pourboire de 20 % sur une facture de 25 $.

Solution :

On change le pourcentage en fraction. 20 % = $\frac{20}{100}$

On multiplie la fraction avec le nombre 25. $\frac{20}{100} \times 25\ \$ = \frac{500\$}{100}$

Puisque $\frac{500\$}{100}$ = 5,00 $, on doit payer 5,00 $ de pourboire.

Exemple 2: Calculer la taxe à l'aide de la première méthode.

$$\boxed{\text{On paye 13 \% de TVH sur un achat de 30 \$.}}$$

Solution: $\frac{13}{100} \times 30\$ = \frac{390}{100} = 3{,}90\ \$$

La taxe s’élève à 3,90 $.

<u>Notez bien !</u> *Lorsqu’on calcule le pourcentage d’un nombre, « de » a le sens d’une multiplication.*

<u>Méthode 2</u> : On multiplie la forme décimale du pourcentage avec le

nombre.

Exemple : Calculer la taxe à l'aide de la deuxième méthode.

$$\boxed{\text{On paye 13 \% de taxe sur un achat de 30 \$.}}$$

Calculons 13 % de 30 $.

On convertit 15 % en nombre décimal : $\frac{13}{100} = 0{,}13$.

On multiplie le nombre décimal avec 30 $: $0{,}13 \times 30\$ = 3{,}90\ \$$

La taxe s’élève à 3,90 $.

Notez qu'on a la même réponse qu'à l'exemple précédent.

Exemple 2 : Calculer un rabais à l'aide des deux méthodes.

On économise 6,5 % sur un achat de 125 000 $.

Solution 1 : Changer le % en fraction ordinaire.

6,5 % de 125 000 $ $= \frac{6,5}{100} \times$ 125 000 $ $= \frac{812500\$}{100} =$ 8 125 $

Le rabais est de 8 125 $.

Solution 2 : Changer le % en décimale.

6,5 % de 125 000 $ = 0,065 $\times$ 125 000 $ = 8 125 $

Le rabais est de 8 125 $.

Note: Quand on parle de taxe ou d'augmentation, le montant calculé est toujours *additionné* au coût de l'article ou du service. Quand on parle de rabais ou de réduction, le montant est toujours *soustrait* du coût de l'article ou du service.

EXERCICE 15

Résolvez les problèmes.

(a) Jeanne épargne 25 % sur un sac à main de 20 $. Combien lui coûtera le sac à main après le rabais ?

(b) Michel veut laisser un pourboire de 10 % à son barbier. Si sa coupe de cheveux lui coûte 12 $, combien doit-il lui laisser?

(c) Un employé gagne un salaire brut de 1 600 $ par mois. Il reçoit une augmentation de 4,8 %. Quel est son nouveau salaire mensuel?

(f) Si des céréales contiennent 22 % de lipides, combien de grammes de

lipides y a-t-il dans une portion de 108 grammes?

(d) Tu veux impressionner ta nouvelle copine lors d'une sortie au restaurant alors tu donnes au serveur un pourboire de 30 % sur une facture de 56,78 $. À combien s'élève le total de la facture ?

(e) Un travailleur gagne 38 364,62 $ par année. Si son taux d’imposition est 22 %, combien d’impôt paye-t-il par année?

(g) Tu payes la taxe sur les produits et services (TPS de 5 %) sur les vêtements d'enfants. À combien s'élève le total de la facture si tu achètes les articles indiqués dans le tableau ci-dessous ?

Article	**Coût de l'article**
pyjama	16,99 $
pantalon	11,00 $
pantalon de ski	35,79 $
camisole	3,00 $
manteau	42,79 $
Total (avant la taxe)	
Taxes	
Total de la facture	

(h) À une vente de fin de saison, un magasin offre un rabais de 60 % sur les vêtements et 45 % sur les souliers et accessoires. Pierre et Carmen se sont acheté les articles indiqués dans le tableau ci-dessous. Calculez le montant qu'ils ont économisé.

Article	**Prix régulier**	**Rabais**
pantalon	55,89$	
jupe	34,89$	
soulier de cuir	75,00$	
cravate de soie	25,00$	
chemise	46,25$	
	Total des rabais	

CORRIGÉ

Exercice 1

(a) vingt-six

(b) soixante-quinze

(c) huit cent cinquante-six

(d) quatre cent quatre-vingt-quatorze

(e) neuf mille huit cent douze

(f) douze mille huit cent trente-quatre

(g) quatre-vingt-dix mille

(h) cent vingt-deux mille

(i) trois cent cinquante-six mille huit cent quatre-vingt-treize

(j) cinq cent trente-six mille sept cent trente-deux

(k) quatre cents

(l) cinq mille trois cent soixante-dix

Exercice 2

(a) 1 775	(b) 375	(c) 205 460
(d) 50 820	(e) 543	(f) 853 972
(g) 719 032		

Exercice 3

(a) 119	(b) 120	(c) 946
(d) 1 311	(e) 1 078	(f) 1 274
(g) 4 243	(h) 17 101	(i) 15 994
(j) 7 384	(k) 951 élèves	

Exercice 4

(a) 29	(b) 8	(c) 26	(d) 76
(e) 527	(f) 320	(g) 102	(h) 307
(i) 129	(j) 4 126	(k) 7 085	(l) 992
(m) 597	(n) 143		

Exercice 5

(a) 17 536	(b) 5 424	(c) 38 124
(d) 14 896	(e) 1 416	(f) 5 621
(g) 65 265	(h) 221 562	(i) 61 200
(j) 549 550	(k) 149 391	(l) 33 210
(m) 19 350	(n) 3 075	(o) 16 848
(p) 870	(q) 1 534	

Exercice 6

1. (a) 119 (b) 49

   (c) 105 (d) 69

2. (a) 2 181 (b) 302

   (c) 313 (d) 252

3. (a) 14 (b) 3

   (c) 17 (d) 13

4. (a) 20 (b) 42

   (c) 54 reste 23 (d) 118 reste 11

5. 3 friandises par enfant

Exercice 7

(a) oui (b) non (c) oui (d) non (e) non (f) non

Exercice 8

À faire en classe et faire corriger par votre enseignant.

Exercice 9

À faire en classe et faire corriger par votre enseignant.

Exercice 10

À faire en classe et faire corriger par votre enseignant.

Exercice 11

	Fraction	Fraction équivalente dénominateur 100	Pourcentage
(a)	$4/5$	$80/100$	80 %
(b)	$18/25$	$72/100$	72 %
(c)	$2/4$	$50/100$	50 %
(d)	$7/10$	$70/100$	70 %
(e)	$6/20$	$30/100$	30 %
(f)	$3/4$	$75/100$	75 %
(g)	$47/50$	$94/100$	94 %

Exercice 12

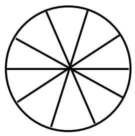
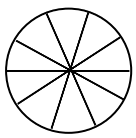
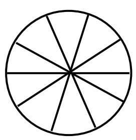
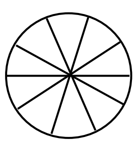
	Nombre décimal	**Pourcentage**
(a)	0,37	37 %
(b)	0,75	75 %
(c)	0,29	29 %
(d)	0,335	33,5 %
(e)	0,629	62,9 %
(f)	0,01	1 %

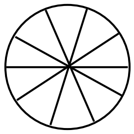
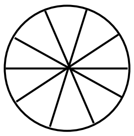
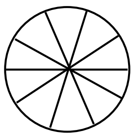
(g)	1,23	123 %
(h)	1,00	100 %
(i)	2,47	247 %
(j)	0,3	30 %
(k)	40,0	4 000 %

Exercice 13

	Fraction ordinaire	Nombre décimal	Pourcentage
(a)	$^4/_5$	0,8	80,0 %
(b)	$^{18}/_{25}$	0,72	72,0 %
(c)	$^3/_8$	0,375	37,5 %
(d)	$^6/_9$	0,666	66,7 %
(e)	$^2/_3$	0,666	66,7 %
(f)	$^3/_4$	0,75	75,0 %
(g)	$^{23}/_{31}$	0,742	74,2 %
(h)	$^5/_{42}$	0,119	11,9 %
(i)	$^7/_{17}$	0,412	41,2 %

Exercice 14

	Figure	Pourcentage (%)	Fraction $\frac{\quad}{100}$	Fraction irréductible	Nombre décimal
(a)		10 %	$\frac{10}{100}$	$\frac{1}{10}$	0,10
(b)		40 %	$\frac{40}{100}$	$\frac{2}{5}$	0,4
(c)		50 %	$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$	0,5
(d)		35 %	$\frac{35}{100}$	$\frac{7}{20}$	0,35

(e)		75 %	$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$	0,75
(f)		30 %	$\frac{30}{100}$	$\frac{3}{10}$	0,30
(g)		25 %	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$	0,25

<u>Exercice 13</u>

(a) Il lui coûtera 15 $.

(b) Il doit lui laisser 1,20 $.

(c) Son nouveau salaire mensuel est 1 676,80 $.

(d) Le total de la facture s’élève à 73,81 $.

(e) Il paye 8 440,22 $ d’impôts par année.

(f) Il y a 23,76 grammes de lipides dans une portion de 108 grammes.

(g)

Article	**Coût de l’article**
pyjama	16,99 $
pantalon	11,00 $
pantalon de ski	35,79 $
camisole	3,00 $
manteau	42,79 $
Total (avant la taxe)	**109,57 $**
Taxes	**5,48 $**
Total de la facture	**115,05 $**

(h)

Article	**Prix régulier**	**Rabais**
pantalon	55,89 $	33,53 $
jupe	34,89 $	20,93 $
soulier de cuir	75,00 $	33,75 $
cravate de soie	25,00 $	11,25 $
chemise	46,25 $	27,75 $